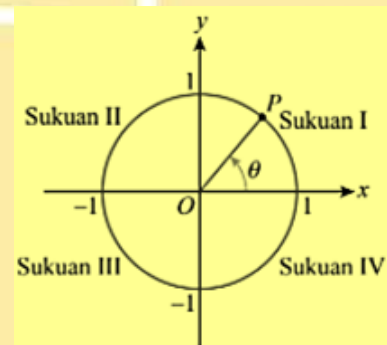


NISBAH DAN GRAF FUNGSI TRIGONOMETRI

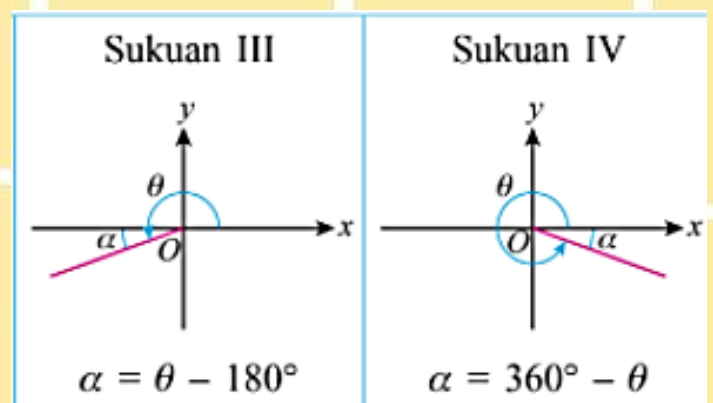
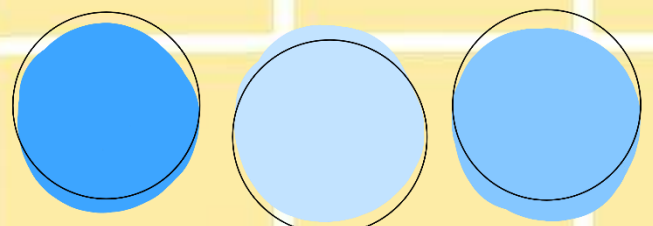
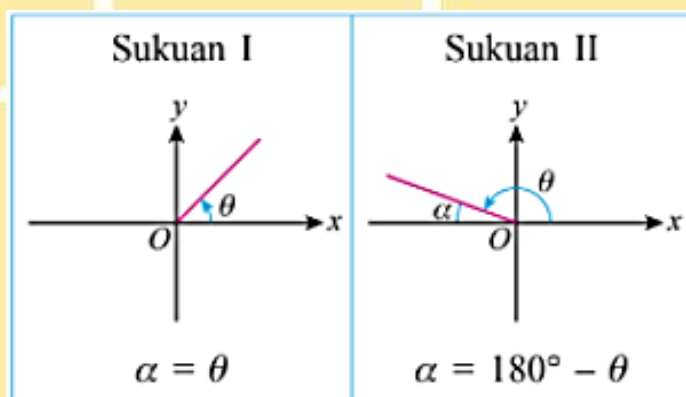


- Bulatan unit ialah bulatan yang berjejari 1 unit dan berpusat di paksi asalan
- Paksi-x dan paksi-y membahagikan bulatan unit kepada 4 sukuan yang sama, iaitu sukuan I, sukuan II, sukuan III dan sukuan IV

- (a) titik P berada dalam sukuan I apabila $0^\circ < \theta < 90^\circ$,
- (b) titik P berada dalam sukuan II apabila $90^\circ < \theta < 180^\circ$,
- (c) titik P berada dalam sukuan III apabila $180^\circ < \theta < 270^\circ$,
- (d) titik P berada dalam sukuan IV apabila $270^\circ < \theta < 360^\circ$.

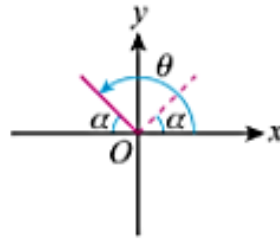


- Sudut rujukan sepadan sentiasa kurang daripada 90°
- Sudut dalam sukuan II, III dan IV mempunyai sudut rujukan sepadan
- Sudut dalam sukuan I itu sendiri merupakan sudut rujukan



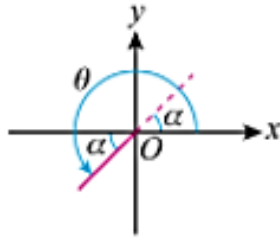
Sukuan II

$$\begin{aligned} \sin \theta &= +\sin \alpha = +\sin (180^\circ - \theta) \\ \cos \theta &= -\cos \alpha = -\cos (180^\circ - \theta) \\ \tan \theta &= -\tan \alpha = -\tan (180^\circ - \theta) \end{aligned}$$



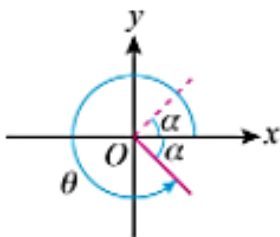
Sukuan III

$$\begin{aligned} \sin \theta &= -\sin \alpha = -\sin (\theta - 180^\circ) \\ \cos \theta &= -\cos \alpha = -\cos (\theta - 180^\circ) \\ \tan \theta &= +\tan \alpha = +\tan (\theta - 180^\circ) \end{aligned}$$



Sukuan IV

$$\begin{aligned} \sin \theta &= -\sin \alpha = -\sin (360^\circ - \theta) \\ \cos \theta &= +\cos \alpha = +\cos (360^\circ - \theta) \\ \tan \theta &= -\tan \alpha = -\tan (360^\circ - \theta) \end{aligned}$$



90° y	Sukuan II sin θ (+) kos θ (-) tan θ (-)	Sukuan I Semua (+)	
180°			0° x 360°
	Sukuan III sin θ (-) kos θ (-) tan θ (+)	Sukuan IV sin θ (-) kos θ (+) tan θ (-)	
			270°



Sukuan I	Sukuan II	Sukuan III	Sukuan IV
$\sin \theta = +y$ $\cos \theta = +x$ $\tan \theta = +\frac{y}{x}$	$\sin \theta = +y$ $\cos \theta = -x$ $\tan \theta = -\frac{y}{x}$	$\sin \theta = -y$ $\cos \theta = -x$ $\tan \theta = +\frac{y}{x}$	$\sin \theta = -y$ $\cos \theta = +x$ $\tan \theta = -\frac{y}{x}$

- Nilai sinus, kosinus dan tangen untuk sudut dalam setiap sukuan mungkin positif atau negatif bergantung kepada koordinat-x dan koordinat-y
- Misalnya, jika diberi suatu sudut θ dalam sukuan IV, maka $\sin \theta$ bernilai negatif kerana koordinat-y adalah negated, $\cos \theta$ bernilai positif kerana koordinat-x adalah positif dan sebagainya

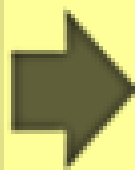
Tentukan sudut rujukan sepadan.



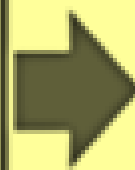
Tentukan tanda positif atau negatif bagi sinus, kosinus dan tangen bagi sudut dalam sukuan II, III dan IV.



Kenal pasti sukuan berdasarkan tanda positif atau negatif pada nilai fungsi trigonometri.



Tentukan sudut rujukan sepadan.



Hitung sudut θ berdasarkan sukuan yang dikenal pasti.



- (a) Diberi $\sin \theta = 0.6157$ dan $0^\circ \leq \theta \leq 360^\circ$, hitung sudut θ .
- (b) Diberi $\cos \theta = -0.4226$ dan $0^\circ \leq \theta \leq 360^\circ$, hitung sudut θ .
- (c) Diberi $\tan \theta = -1.4826$ dan $0^\circ \leq \theta \leq 360^\circ$, hitung sudut θ .

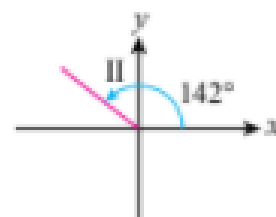
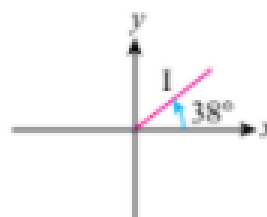


Penyelesaian:

(a) $\sin \theta = 0.6157$ ← Tanda positif. θ berada dalam sukuan I atau II

Sudut rujukan sepadan
 $= \sin^{-1} 0.6157$
 $= 38^\circ$

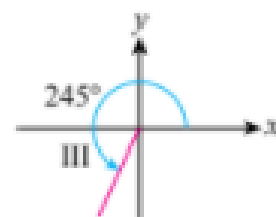
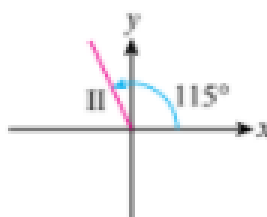
$\theta = 38^\circ$ atau $(180^\circ - 38^\circ)$
 $= 38^\circ$ atau 142°



(b) $\cos \theta = -0.4226$ ← Tanda negatif. θ berada dalam sukuan II atau III

Sudut rujukan sepadan
 $= \cos^{-1} 0.4226$
 $= 65^\circ$

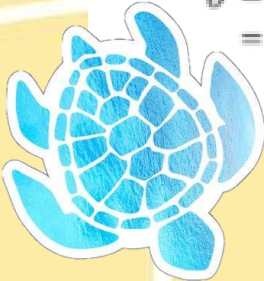
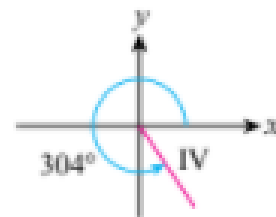
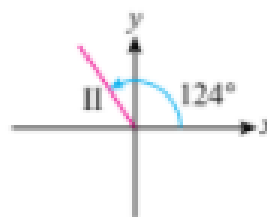
$\theta = (180^\circ - 65^\circ)$ atau $(180^\circ + 65^\circ)$
 $= 115^\circ$ atau 245°



(c) $\tan \theta = -1.4826$ ← Tanda negatif. θ berada dalam sukuan II atau IV

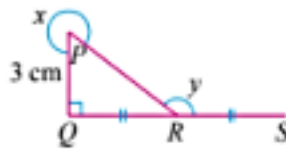
Sudut rujukan sepadan
 $= \tan^{-1} 1.4826$
 $= 56^\circ$

$\theta = (180^\circ - 56^\circ)$ atau $(360^\circ - 56^\circ)$
 $= 124^\circ$ atau 304°



Dalam rajah di sebelah, QRS ialah garis lurus. Diberi $QS = 8$ cm dan $QR = RS$, hitung

- (a) $\cos x$
 (b) $\tan y$



Penyelesaian:

$$QR = 8 \text{ cm} \div 2 \quad \text{dan} \quad PR = \sqrt{3^2 + 4^2}$$

$$= 4 \text{ cm} \quad \quad \quad = 5 \text{ cm}$$

(a) $270^\circ < x < 360^\circ$, maka sudut x berada dalam sukuan IV.

$$\cos x = +\cos \angle QPR$$

$\leftarrow \angle QPR$ ialah sudut rujukan sepadan bagi sudut x

$$= +\frac{3}{5}$$

(b) $90^\circ < y < 180^\circ$,

maka sudut y berada dalam sukuan II.

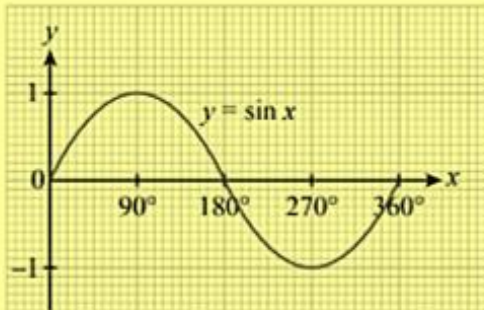
$$\tan y = -\tan \angle PRQ$$

$\leftarrow \angle PRQ$ ialah sudut rujukan sepadan bagi sudut y

$$= -\frac{3}{4}$$

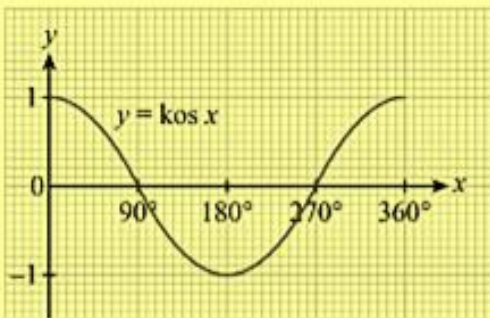


Graf sinus, $y = \sin x$



- mempunyai nilai maksimum 1 apabila $x = 90^\circ$ dan nilai minimum -1 apabila $x = 270^\circ$
- memintas paksi-x pada $x = 0^\circ, 180^\circ$ dan 360° (pintasan-x)
- memintas paksi-y pada $y = 0$ (pintasan-y)

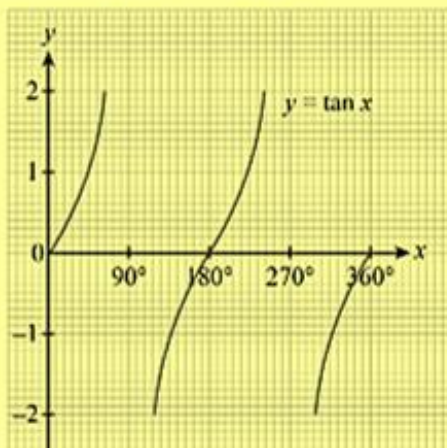
Graf kosinus, $y = \cos x$



- mempunyai nilai maksimum 1 apabila $x = 0^\circ$ dan 360° dan nilai minimum -1 apabila $x = 180^\circ$
- memintas paksi-x pada $x = 90^\circ$ dan 270° (pintasan-x)
- memintas paksi-y pada $y = 1$ (pintasan-y)

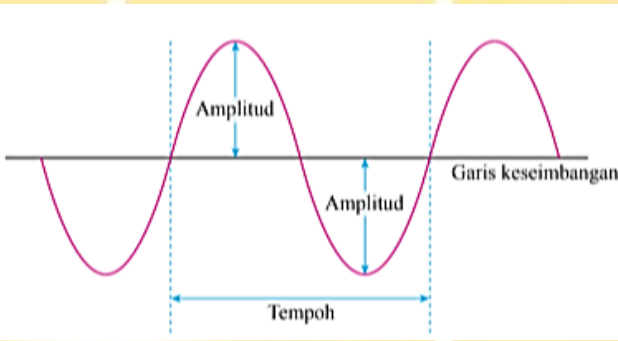
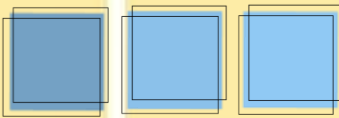


Graf tangen, $y = \tan x$



- nilai maksimum ialah ∞ dan nilai minimum ialah $-\infty$
- memintas paksi-x pada $x = 0^\circ, 180^\circ$ dan 360° (pintasan-x)
- memintas paksi-y pada $y = 0$ (pintasan-y)
- nilai $\tan 90^\circ$ dan $\tan 270^\circ$ tidak tertakrif





- Tempoh ialah selang satu kitaran lengkap
- Fungsi trigonometri ialah fungsi berkala
- Graf fungsi trigonometri berulang bagi setiap selang tertentu
- Amplitud ialah jarak maksimum yang diukur dari garis keseimbangan

	$y = a \sin bx + c,$ $a > 0, b > 0$	$y = a \cos bx + c,$ $a > 0, b > 0$	$y = a \tan bx + c,$ $a > 0, b > 0$
Nilai a berubah	<ul style="list-style-type: none"> • Nilai maksimum dan nilai minimum berubah • Amplitud fungsi = a 		<ul style="list-style-type: none"> • Lengkung graf berubah • Tiada amplitud
Nilai b berubah	<ul style="list-style-type: none"> • Tempoh fungsi berubah • Apabila nilai b bertambah, graf kelihatan mampat secara mengufuk, tempoh fungsi semakin berkurang • Tempoh fungsi sinus dan kosinus = $\frac{360^\circ}{b}$; Tempoh fungsi tangen = $\frac{180^\circ}{b}$ 		
Nilai c berubah	<ul style="list-style-type: none"> • Kedudukan graf berubah • Apabila $c > 0$, graf beranjak c unit secara menegak ke atas paksi-x • Apabila $c < 0$, graf beranjak c unit secara menegak ke bawah paksi-x 		



Graf $\sin x$, $\cos x$ dan $\tan x$ untuk $0^\circ \leq x \leq 360^\circ$

	$y = \sin x$	$y = \cos x$	$y = \tan x$
Bentuk graf			
Nilai maksimum	1	1	∞
Nilai minimum	-1	-1	$-\infty$
Pintasan- x	$0^\circ, 180^\circ, 360^\circ$	$90^\circ, 270^\circ$	$0^\circ, 180^\circ, 360^\circ$
Pintasan- y	0	1	0

